

Př: Vypočti determinant

a)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \text{Vybereme řádek/sloupec s největším počtem NUL}$$

a pak použijeme Laplaceův rozvoj

(je jedno, zda se použije 1. řádek, 4. řádek, 1. sloupec, 4. sloupec)

Zvolíme třeba 1. řádek

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &\quad + 0 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{=0} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{=0} \\ &= 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \\ &\quad \begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix} = \\ &= 2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \cdot 1 - 0 \cdot 2 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 \cdot 1) \\ &\quad - (1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \cdot 1 - 0 \cdot 2 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 0) \\ &= 2 \cdot (8 + 0 + 0 - 0 - 2 - 2) - (4 + 0 + 0 - 1 - 0) = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = \mathbf{5} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -4 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \text{Nejvíč počet nul je v posledním sloupci} =$$

$$\begin{aligned} &= 0 \cdot (-1)^{1+4} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}}_{=0} + 2 \cdot (-1)^{2+4} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &\quad + 1 \cdot (-1)^{3+4} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{4+4} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ 1 & -4 & 1 \end{vmatrix}}_{=0} \\ &= 2 \cdot \left(1 \cdot (-4) \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) \cdot 1 \right. \\ &\quad \left. - 1 \cdot (-4) \cdot (-2) - 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) \cdot 1 \right) \\ &\quad - \left(1 \cdot 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) \cdot (-4) \right. \\ &\quad \left. - 1 \cdot 2 \cdot (-2) - (-4) \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) \cdot (-2) \right) = \\ &= 2 \cdot (-4 + 2 + 4 - 8 - 2 + 2) - (2 - 2 - 16 + 4 + 8 - 2) \\ &= 2 \cdot (-6) - (-6) = -12 + 6 = -6 \end{aligned}$$